birinchi bo’lib Diofantning “Arifmetika” sida keltirilgan. Uning isbotini Lagranch qilgan. 1770- yilda ingliz matematigi Varing (Edward Waring(1734-1798)) to’rt kvadratlar yig’indisi haqidagi J.L.Lagranch teoremasini umumlashtirishni taklif qildi va bu keyinchalik Varing muammosi deb ataldi.[1, 5-15] Zamonaviy terminalogiyada, buni quyidagicha ifodalash mumkin: $k \geq 2$ soni uchun shunday natural son $s = s(k)$ mavjudki, har bir natural son $n, s(k)$ ta manfiy bo’lmagan butun sonlarning yig’indisidan iborat bo’ladi, ya’ni n ni

$$n = n_1^k + n_2^k + \cdots n_s^k \quad (3.1.3)$$

ko’rinishida ifodalash mumkin. Berilgan k uchun (3.1.3) tenglikni qanoatlantiruvchi chekli s ning mavjudligi 1909-yilda nemis matematigi Gilbert (Davit Hilbert (1862-1943)) tomonidan isbotlangan. Aynan shu masalalarda keyingi paytlarda diqqatga sazovor natijalarga erishildi. Xususan I.M.Vinogradov, A.A.Karatsuba, L.G.Shnirelman, Yu.V.Linnik, S.X.Sirajiddinov, N.P.Romanov, A.F.Lavrik, Xuo-Lo-Ken, V.I.Bernik, N.V.Kuznetsov, T.A.Azlarov, T.Zuparov, M.I.Israilov, S.T.To’laganov, X.N.Narzullayev, S.Sh.Shushbayev va boshqalar tomonidan olingan natijalarni shular sirasiga kiritishimiz mumkin. Varing muammosi va shu bilan bog’liq masalalarda keyingi yillarda juda katta natijalarga erishilgan bo’lishiga qaramasdan, u bilan bog’liq barcha masalalar hozirgacha to’la hal etilmagan.

Nemis matematigi Xristian Goldbax (Christian Goldbach(1690-1764)) nomi bilan yuritiladigan Goldbax muammosi birinchi marta 1742-yilda Goldbax va Shvetsariyalik nemis matematigi Eyler (Leonhard Euler 1707-1783) o’rtasida yozishmalarda paydo bo’lgan. 1742-yilda Xristian Goldbax Leonard Eylerga yozgan xatida quyidagi taxminni aytadi:

Har qanday 6 dan kichik bo’lmagan juft natural sonni ikkita toq tub son yig’indisi ko’rinishida ifodalash mumkin. (Goldbaxning binar muammosi);

Har qanday 9 dan kichik bo’lmagan toq natural sonni uchta toq tub son yig’indisi ko’rinishida ifodalash mumkin. (Goldbaxning ternar muammosi).

Bu muammolar birgalikda Eyler- Goldbax muammosi deb ham yuritiladi.

1930 yilda L.Shnirelman har bir 1dan katta butun sonning $s \leq 8 \cdot 10^5$ ta tub sonning yig’indisi ko’rinishida ifodalashini isbotladi. Bu natija keyinchalik bir necha marta yaxshilandi. Har qanday natural sonni to’rttadan ortiq bo’lmagan natural sonlarning kvadratlari yig’indisi ko’rinishida ifodalash mumkinligi to’g’risidagi J.L.Lagranchning o’sha davrdagi mashxur ishlaridan keyin E.Varing o’zining “Algebraik fikrlar” asarida har qanday juft natural sonni manfiy bo’lmagan butun sonlarning 9 tadan ortiq bo’lmagan kublari, 19 tadan ortiq bo’lmagan bikvadratlari va hokozo ko’rinishida ifodalash mumkin,- degan gipotezani ilgari surgan. Hozirgi vaqtda bu bilan Varing “Ixtiyoriy $k \geq 2$ butun soni uchun shunday s natural soni mavjudki, har bir n natural sonini s tadan ortiq bo’lmagan natural sonlarning k-darajalari yig’indisi ko’rinishida ifodalash mumkin va agar shu shartni qanoatlantiruvchi eng kichik s ni $g(k)$ desak, $g(3)= 9$, $g(4)= 19$ ekanligini nazarda tutgan deb hisoblashadi.

Keyinchalik, V.Brunning bu natijasi bir necha bor yaxshilandi, ammo Goldbax muammosi o’z yechimini topmadi. Shunga qaramasdan V.Brun usuli tub sonlar taqsimoti nazariyasida o’zining keng tadbiqini topdi va bu sohada qator muhim natijalarni olish imkonini berdi.

Ko’plab olimlar izlanishlari va ilmiy tadqiqot ishlari natijasida hozirgi kunga qadar sonlar nazariyasining additiv muammolarini hal etish ustida ko’p natijalarga erishib kelinmoqda va ko’plab metodlardan foydalanilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati:

1. Аллаков И., Оценка тригометрических сумм и их приложения к решению некоторы аддитивных задач теории чисел.Термиз, Сурхан нашр.2021, 160 с.И.М.Виноградов. “Сонлар назарияси асослари” “Укитувчи”; Т. 1965 й. 80-90-б.

2. Шнирельман Л.Г. Об аддитивных свойствах чисел // Изв. Донецкого политехинс-та. –Ростов-Дон, 1930, т. 14, №2-3,с.328Ю.В.Нестеренко. “Теория чисел”. Москва. Издательский центр – “Академия” 2008-й. 152-170-б.

3. Лаврик А.Ф. К. бинарным проблемам аддитивной теории простых чисел в связис методом тригонометрических сумм И.М.Виноградова // Вестник ЛГУ.-Ленинград,1961. -№13.-С. 11-27.

4. Ш.Х. Михелевич. “Теория чисел”. 2-нашри; “Висшая школа” М. 1967 г.